

Faktör Analizi (Factor Analysis)

Eda EŞMEKAYA

^a Optiwisdom Research, Software Developer, eda@optiwisdom.com

Özet

Bu yazıda, faktör analizin aşama ve yöntemlerinden adım adım bahsedilmektedir. Faktör analizi, büyük miktardaki veriden birbirlerinden bağımsız az sayıda değişken kümeleri elde etmeyi sağlayan bir tekniktir. Psikolojide sosyal davranışlar, kişilik ve gelişim gibi özellikleri ölçmek için yaygın olarak kullanılan çok değişkenli istatistiksel bir yaklaşımdır.

Anahtar Kelimeler: faktör analizi, keşfedici faktör analizi, doğrulayıcı faktör analizi

Summary

In this paper, the stages and methods of factor analysis are mentioned step-by-step. Factor analysis is a technique that allows obtaining a small number of independent sets of variables from a large amount of data. It is a multivariate statistical approach that is commonly used in psychology to measure characteristics such as social behaviors, personality and development.

Keywords: factor analysis, exploratory factor analysis, confirmatory factor analysis

1. Giriş ve Tanım

Çok miktardaki veriyi, pazar araştırması ve büyük hacimli verilerin analizini, doğru pazar segmentinin, potansiyel talebin ve potansiyel rekabet alanlarının, ürün geliştirme gereksinimlerinin ve iş pazarlama portföyünün diğer tüm yönlerinin analiz edilmesi ve belirlenmesinde kullanılan en yaygın yöntemlerden biri Faktör Analizi'dir [1]. Faktör analizi, çok sayıda değişkeni daha az sayıda faktöre indirgemek için gözlenebilir değerlerin birbirleriyle olan ilişkileri dikkat edilerek az sayıda ve birbirlerinden bağımsız değişken kümeleri elde etmeyi sağlayan bir tekniktir. Bu teknik, tüm değişkenlerden maksimum ortak varyansı çıkarır ve bunları ortak bir skor haline getirir. Açımlayıcı faktör analiz (AFA) ise boyut indirgemedeki faktör analizinde en çok kullanılan uygulamadır. Amacı veri boyutunu küçülterek daha anlaşılabilir bir hâle getirmektir. Diğer kullanılan faktör analiz ise doğrulayıcı faktör analizidir (DFA). Bu analiz (DFA) indirgenmiş yapıyı doğrulama amacı ile kullanılır.

Faktör analizi açıklamadan önce bazı terimlerin iyi anlaşılması uygun olacaktır.

Faktör: Bir faktör, gözlenen çeşitli değişkenleri açıklayan temel bir boyuttur. Çalışmanın niteliğine ve içinde yer alan değişkenlerin sayısına bağlı olarak bir veya daha fazla faktör olabilir.

Faktör-yük: Faktör-yük, değişkenlerin keşfedilen faktörlerin her biri ile ne kadar ilişkili olduğunu açıklayan değerlerdir. Faktör-değişken korelasyonları olarak da bilinirler. Aslında faktör yükleri faktörlerin ne anlama geldiğini anlamak için kilit rol oynar. Bir faktörün yorumlanmasında önemli olan yüklerin mutlak boyutudur.

Topluluk (h2): H2 olarak sembolize edilen topluluk, her değişkenin ne kadarının birlikte alınan altta yatan faktör tarafından açıklandığını gösterir. Yüksek bir komünite/topluluk değeri, faktörler ne olursa olsun, değişkenin çoğunun dikkate alınmadığı anlamına gelir.

Öz değer (gizli kök): Faktör ile ilgili faktör yük değerlerinin karelerinin toplamını aldığımız zaman, bu değer öz değer veya gizli kök olarak adlandırılır. Öz değer, analiz edilen belirli değişkenler kümesinin hesaplanmasında önemli etkindir [2].

NCSS tarafından bir faktör analizi gerçekleştirirken kullanılan temel formül etiketleri ve tanımları Tablo 1’de yer almaktadır.

Tablo 1: Faktör analizinde kullanılan temel formül isimleri ve tanımları

Etiket	Matris İsmi	Boyut	Açıklama
R	Korelasyon	pxp	Her değişken çifti arasındaki korelasyon matrisi
X	Veri	Nxp	N satırı (gözlemler) ve p ile gözlemlenen veri matrisi sütunlar (değişkenler).
Z	Standart veri	Nxp	Standardize edilmiş verilerin matrisi. Her standardizasyon değişkeni ortalamanın çıkarılması ve bölünmesiyle yapılır.
A	Faktör yükleri	pxm	Orijinal değişkenler arasındaki korelasyon matrisi
L	Öz değer	mxm	Öz değerler Diyagonal matrisi. Sadece ilk m öz değerler göz önünde bulundurulur.
V	Öz vektör	pxm	Öz vektörlerin matrisi. Bunun sadece ilk m sütunları matris kullanılır.
B	Faktör skor katsayıları	pxm	Faktörü oluşturmak için kullanılan regresyon ağırlıklarının matrisi. Orijinal değişkenlerden puanlar.
U	Benzersizlik	pxp	Teklik değerlerinin matrisi.
F	Faktör skoru	Nxp	Faktör skorlarının matrisi. Her gözlem için orijinal veriler, korunan faktörlerin her birinin değerleri ile tahmin edilir.

Faktör analiz korelasyon matris oluşturulmasından sonra R Denklem 1’de gösterilmiştir.

$$R = AA' + U \quad (1)$$

- U tahminin yapılması
- Standart öz değer analizi kullanılarak L-V, R-U öz değerleri ve öz vektörlerini bulunması.
- Yükleme matrisi Denklem 2’de gösterildiği gibi hesaplanır

$$A = VL \frac{1}{2} \quad (2)$$

- Puan matrisi Denklem 3’te gösterildiği gibi hesaplanır

$$B = VL - \frac{1}{2} \quad (3)$$

- Faktör puanlarını Denklem 4’te gösterildiği gibi hesaplanır

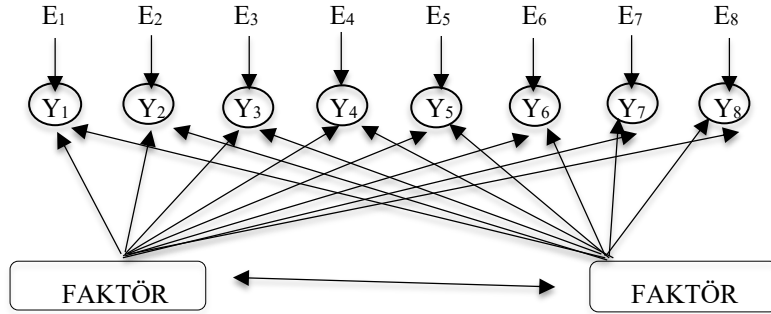
$$F = ZB \quad (4)$$

2. Faktör Analizi Türleri

Faktör analizi, açımlayıcı faktör analizi (AFA) ve doğrulayıcı faktör analizi (DFA) olmak üzere ikiye ayrılır.

2.1 Açımlayıcı Faktör Analizi –AFA (Exploratory Factor Analysis-CFA)

Çok değişkenli istatistiklerde, açımlayıcı faktör analizi (AFA) göreceli olarak büyük bir değişken kümesinin temel yapısını ortaya çıkarmak için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Açımlayıcı faktör analizinde k kadar değişkenden daha az sayıda m gizli faktör üretmek için kullanılır. Şekil 1’de örnek model gösterilmiştir.



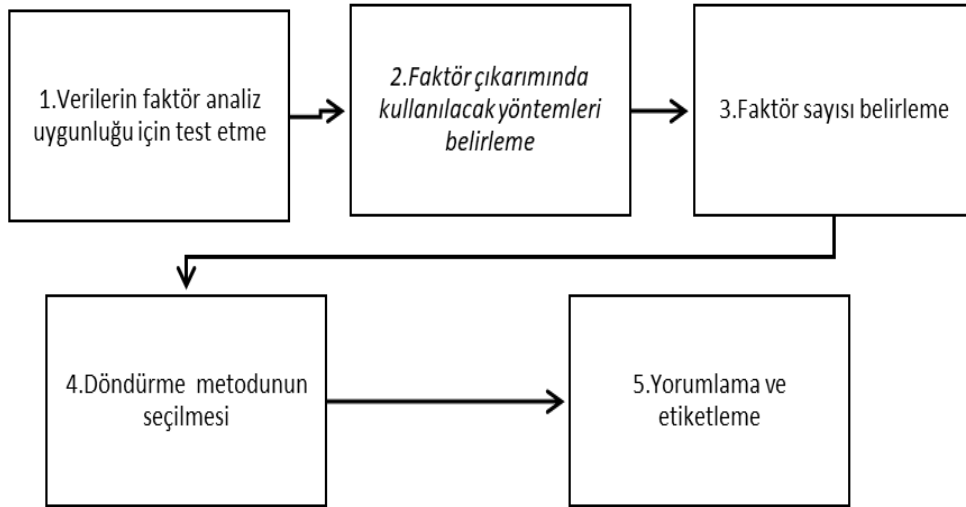
Şekil 1: Açımlayıcı Faktör Analiz Modeli

Faktörleri bağlayan ok faktörler arasındaki kovaryans değeri gösterir. Y’ler ise değişkenleri temsil eder. Faktör ile Y’ler arasındaki ok ise değişkenlerin faktöre etkilerini (faktör- yük (*loading*) değeri) göstermektedir. E ise ölçümde var olan ölçme hatalarıdır. AFA bir dizi adımla çeşitli prosedürleri uygulayarak ele alınır. AFA’nın görünüşte karmaşık bir istatistik yaklaşımı olmasına rağmen, birçok seçenek içerir, ardışık ve lineerdir. Açımlayıcı faktör analizinde hangi değişkenin hangi faktöre ait olduğunu bilinmemektedir. Analiz yaptıktan sonra faktör yüklerine göre belirlenir [3].

Bir faktör analizinde bir araştırmacının göz önünde bulundurması gereken bazı sorunlar vardır:

- İlki araştırmaya ne tür değişkenler katılacağına karar verilmesi
- Açımlayıcı faktör analizine (AFA) uygun bir proje olması
- Açımlayıcı faktör analizi olduğu kabul edilip bu modele uygun veri seçilmesi
- Araştırmacı modele ne kadar faktörün kabul edilmesi gerektiğine karar vermesi
- Son olarak, başlangıç faktör analitiğini döndürmek için bir yöntem seçilmesi

Şekil 2’de gösterilen “Açımlayıcı Faktör Analizi Protokolü” beş adımda yeni başlayan araştırmacılar için karar yolları geliştirilmesinde referans sağlar [4].



Şekil 2: 5 aşamalı Açımlayıcı Faktör Analiz Protokolü [4]

Şekil 2’de yer alan aşamalar ilerleyen kısımlarda açıklanmaktadır.

2.1.1 Verilerin Faktör Analiz Uygunluğu için Test Edilmesi

Veriler sayısal aralıkta olmalıdır. Kategorik veriler (ülke, meyve gibi) faktör analizi için uygun değildir. Korelasyon matrislerinin katsayılarının hesaplanabildiği veriler, faktör analizi için uygun olmalıdır. Veri kümesinin faktör analizi için uygun olup olmadığını belirlemek için üç yöntem kullanılır:

1. Korelasyon matrisinin oluşturulması
2. Barlett Testi
3. Kaiser- Meyer –Olkin Testi

Korelasyon Matrisinin Oluşturulması

Faktör analizinde verilerin uygun olup olmadığını belirlemek için değişkenlerin korelasyon katsayılarını incelemek gerekir. İstenilen, değişkenler arası korelasyon değerlerinin yüksek olmasıdır. Değişkenler arasında yüksek korelasyon değer olması, değişkenlerin ortak faktörlerin farklı biçimlerdeki ölçümleri olduğunu gösterir. Düşük korelasyon değer olması ise ortak faktörler oluşturamayacaklarının işaretidir [5].

Barlett Testi

Değişkenlerin korelasyon değerlerinin en azından bir kısmı yüksek oranlı korelasyonlar olma olasılığını test eder. Analizin devamı için “korelasyon matrisi birim matristir” hipotezinin reddedilmesi gerekir [6].

Kaiser-Meyer-Olkin Testi

Belirlenen korelasyon değerlerinin büyüklüğü ve kısmi korelasyon değerlerinin büyüklüğünü karşılaştıran bir testtir. KMO oranının 0.5 ve üzerinde olması veri kümesi analizi yapmak için uygun olduğunu gösterir. Denklem 5’te gösterilmektedir.

$$KMO = \frac{\sum_{i \neq j} r_{ij}^2}{\sum_{i \neq j} r_{i+}^2 + \sum_{i \neq j} q_{ij+}^2} \quad (5)$$

Kısmi korelasyon katsayılarının (q) karelerinin toplamı, korelasyon katsayılarının (r) karelerine oranlandığında KMO değeri bulunur.

Tablo 2’de KMO değerleri ve yorumları bulunmaktadır.

Tablo 2: Kaiser-Meyer-Olkin değeri ve yorumları [7]

KMO Değeri	Yorum
0.90	Mükemmel
0.80	Çok iyi
0.70	İyi
0.60	Orta
0.50’in altı	Kabul Edilemez

2.1.2 Faktör Çıkarımında Kullanılacak Yöntemleri Belirleme

Faktör sayısı belirlenmesinde öz değerlerin oranları dikkate alınır. Faktör sayısı kadar öz değer sayısı hesaplanır. Öz değerler faktör yüklerinin karelerinin toplamıdır. Öz değerlerin hesaplanmasından sonra önemli olan öz değer sayısına karar verebilmektir. Bu sayıyı bulmak için iki temel yöntem vardır [8]:

- Temel bileşenler analizi
- Ortak faktör analizi
 - maksimum olabilirlik yöntemi
 - temel eksen faktörleştirme yöntemi
 - alfa faktörleştirme yöntemi
 - görüntü faktörleştirme yöntemi

Temel Bileşen Analizi

Temel bileşenler yönteminde, değişkenlerin korelasyon değerleri dikkate alınarak toplam varyansı analiz edilir. P değişkenli uzayda yeni p tane dik değişken elde edilir. Faktör analizinin temel amacı, p tane değişkeni $k < p$ tane yeni değişken olacak şekilde açıklamaktır. Başka bir şekilde ifade etmek gerekirse, orijinal değerleri büyük bir kısmını kapsayan daha az sayıda yeni dik değişken elde etmektir. Toplam varyans λ ile gösterilir. Değişkenler kümesindeki toplam değişimin büyük bir bölümü (en büyük varyans değeri) birinci faktör, daha az bir kısmı (en küçük varyans değeri) ise ikinci faktör olarak açıklanır (öz değerler λ_i olarak gösterildiğinde $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > \dots > \lambda_p$). Toplam varyansın büyük bir bölümünün ilk iki faktör tarafından açıklanması istenir. Yani iki faktör değerlerini toplamının toplam varyans değerine oranının 1,85 değerinden büyük olması arzu edilir [9]. Denklem 6’da gösterilmektedir.

$$[(\lambda_1 + \lambda_2) / \lambda] > 1.85 \quad (6)$$

Ortak Faktör Analizi

Herhangi bir değişkenin diğer değişkenler ile ilgili varyans oranlarına ortak varyans değeri denir. Ortak faktör, ortak varyans ve özel varyans olmak üzere ikiye parçalanır. Faktör analizinde ortak faktörün ortak varyans bölümü dikkate alınır. Böylelikle, tüm varyans değerleri çıkartılmaz. Bu yüzden faktör sayısı değişken sayısından her zaman azdır. Ortak faktör analizinde faktör çıkarmak için uygulanan bazı yöntemlerden aşağıda bahsedilmektedir.

❖ Temel Eksen Faktör Analizi (Principal Axis Factor Analysis-PAF)

Temel eksen faktör analizinde, bir değişken grubunun ortak varyansını (korelasyon) açıklayan en az sayıda faktöre başvurur. Burada, benzersiz faktörlere bağlı olarak varyans, normalde 1’lerin, korelasyon matrisinin ana köşegeni üzerinde, değişkenin topluluklarının tahminleriyle (değişkenlerin varyansın bileşen veya faktörler tarafından hesaplanan varyansı) değiştirilmesiyle ortadan kaldırılır. Temel bileşen analizi ile farkları Tablo 3’te gösterilmektedir.

Tablo 3: Temel bileşen analiz ile temel eksen faktör analizi arasındaki farklar [10]

Temel Bileşenler Analizi	Temel Eksen Faktör Analizi
<ul style="list-style-type: none"> Yöntem, ölçüm hatalarını dikkate almaz. Her değişkenin mükemmel bir şekilde güvenilir olduğunu varsayar ve bu nedenle yöntem ilk toplulukları 1'ler olarak üretmiştir. Yöntem zayıf faktörleri keşfedemez. Amacı, yapıyı belirlemektir. Yöntem sadece benzersiz varyansı çıkarır. Hata varyansını dikkate almaz. 	<ul style="list-style-type: none"> Ölçüm hatalarını (gözlemlenen değişkenin temsil ettiği faktöre atfedilmeyen varyans) hesaba katar ve bu nedenle ilk toplulukları birer birer üretmez. Yöntem, zayıf faktör yüklerinden daha zayıf faktörleri geri kazanabilir Amacı, yapıyı keşfetmek ve onu tespit etmektir. Temel, benzersiz ve hata varyansını kaldırdı ve sonuçları çok daha güvenilirdir.

❖ **Maksimum Olabilirlik Yöntemi (Maximum Likelihood method)**

Maksimum olabilirlik yöntemi, çok çeşitli istatistiksel analizlerde kullanılır. Örnek olarak, yetişkin dişi penguenlerin boylarıyla ilgilendiğimizi, ancak bir popülasyondaki her penguenin yüksekliğini ölçemediğimizi varsayalım (maliyet veya zaman kısıtlamaları nedeniyle). Yüksekliklerin normal olarak bilinmeyen bir ortalama ve varyans ile dağıldığı varsayılırsa, ortalama ve varyans en çok olabilirlik yöntemi ile tahmin edilebilirken, yalnızca genel popülasyonun bazı örneklerinin yüksekliklerini bilmektedir. En çok olabilirlik yöntemi, ortalama ve varyans parametreleri olarak alarak ve gözlemlenen sonuçları normal modele göre en muhtemel hâle getiren belirli parametrik değerleri bulmayı başarır [11].

❖ **Alfa Faktör Analiz Yöntemi (Alpha Factor Analysis method)**

Alfa faktör analiz yöntemi faktörlerin güvenilirliğini en yüksek olması temeline dayanır. Başka bir deyişle, analizdeki değişkenleri, potansiyel değişkenlerin evreninden bir örnek olarak gören bir faktör çıkarma yöntemidir. Bu yöntem, faktörlerin alfa güvenilirliğini en üst düzeye çıkarır. Cronbach'ın alfa katsayısı bu tutarlılığın gücünün ölçülmesi ile ilgilidir. Cronbach alfa katsayısı Denklem 7'de gösterildiği gibi tanımlanabilir:

$$\alpha = \left(k \times \frac{c}{v} \right) / \frac{c}{v} + (k - 1) \frac{c}{v} \quad (7)$$

k ölçek öğelerinin sayısını ifade eder, c öğeler arasındaki tüm kovaryansların ortalamasını belirtir ve v her bir öğenin ortalama varyansını ifade eder.

Cronbach'ın alfa değerine göre yorumlanması Tablo 4'te gösterilmektedir [12].

Tablo 4: Cronbach alfa değerine göre yorumlanması

Cronbach'ın Alfa Değeri	Yorum
$\alpha \geq 0.9$	Mükemmel
$0.9 > \alpha \geq 0.8$	İyi
$0.8 > \alpha \geq 0.7$	Kabul edilebilir
$0.7 > \alpha \geq 0.6$	Şüpheli
$0.6 > \alpha \geq 0.5$	Kötü
$0.5 > \alpha$	Güvenilmez

❖ **Görüntü Faktörleştirme Yöntemi (Image Factoring Method)**

Guttman tarafından geliştirilen ve görüntü teorisine dayanan bir faktör çıkarma yöntemidir. Değişkenin kısmi imajı olarak adlandırılan ortak kısmı, hipotetik faktörlerin bir işlevi yerine, kalan değişkenler üzerindeki doğrusal regresyonu olarak tanımlanır [13].

2.1.3 Faktör Sayısı Belirleme

Açımlayıcı faktör analizi uygulamalarında dikkat edilmesi ve analizin en öncelikli ve kritik aşaması “faktör sayısına karar verilmesi” olduğu belirtilebilir, çünkü faktör sayısı açımlayıcı faktör analizi için önemlidir. Örneğin olması gerekenden daha az sayıda faktör olması değişkenlerin yanlış faktörlere yüklenmesine veya tam tersi durumlarında önemsiz değişkenlerin yer aldığı faktörlerin oluşmasına neden olur. Bu yüzden faktör sayısı belirlemede bazı yöntemler kullanılmaktadır:

- K1 Yöntemi
- Yamaç-Birikinti Grafiği Yöntemi

K1 Yöntemi (K1 Method)

Kaiser tarafından geliştirilmiştir. K1 olarak adlandırılan yöntemde R matrisinin öz değerlerinin birden büyük olan değerlerinin sayısı kadar faktör belirlenmesidir. Gizli kök olarak nitelendirilen öz değer kavramı “ λ ” olarak gösterilir ve faktör yüklerinin karelerinin toplamını ifade eder. Başka bir deyişle faktör ile değişkenler arasındaki ilişkiyi gösterir. Bu yöntem fazla sayıda faktör çıkarmasına rağmen, uygulama kolaylığı sebebiyle araştırmacılar tarafından sıklıkla tercih edilen bir yöntemdir [14].

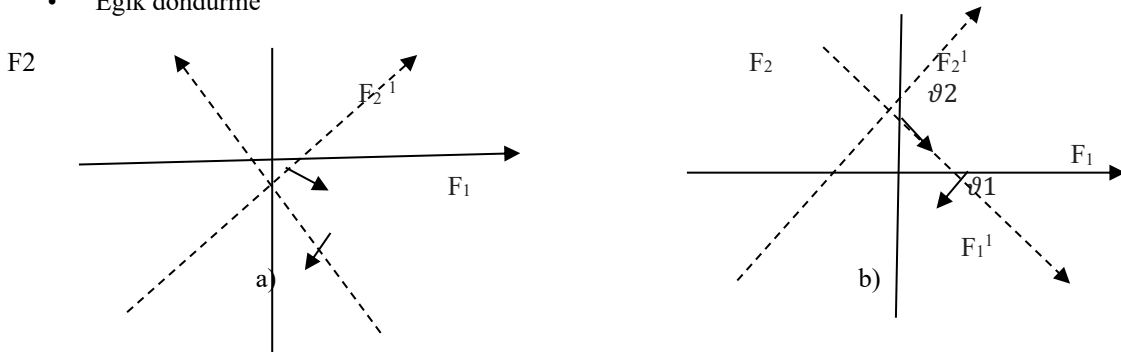
Yamaç –Birikinti Grafiği Yöntemi (ScreePlot)

Cattell tarafından geliştirilen bu yöntemde faktör sayısına karar verme noktasında baskın faktörleri belirlemeye yönelik grafik oluşturur. Grafiğin X ekseninde bileşenler sayısını, Y ekseninde öz değer büyüklüğünü gösterir. Grafikte eğimli bir iniş söz konusudur. Grafikte kırılma noktası gerçekleşir. Kırılma noktasından sonraki faktörlerin varyans değerleri küçük olduğu için kırılma noktasına kadar olan bileşen sayısı faktör sayısı olarak belirlenir [15].

2.1.4 Döndürme Metodu (Rotasyon Method)

Faktör çıkarımı işleminden sonra önemli olan diğer bir konu da faktörlerin döndürülmesidir. Çünkü bir değişken, birden fazla faktörle ilişkili olabilir. Döndürme, yüksek yüklü faktörleri maksimize düşük yüklü faktörleri minimize eder. Böylelikle daha yorumlanabilir ve basitleştirilir. İki tür döndürme vardır, Şekil 3’te gösterilmektedir.

- Dik döndürme
- Eğik döndürme



Şekil 3: Faktörlerin dik (a) ve eğik (b) yöntemlerle döndürülmesi

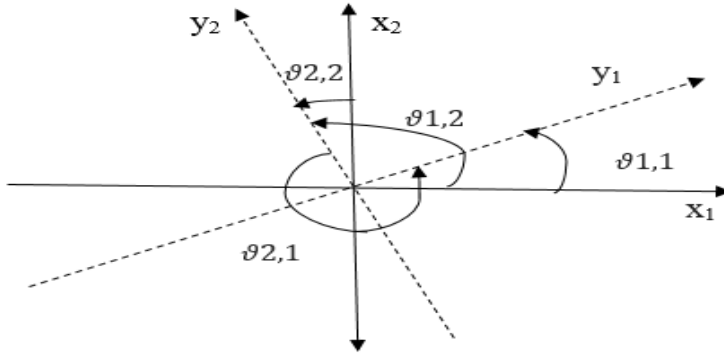
➤ Dik Döndürme (Ortogonal Rotasyon)

Bu yöntemde, eksenlerin konumları değiştirmeden 90 derece döndürülmesidir, böylece faktörler birbirine ilişkili değildir. Dik döndürmede, döndürmeye bağlı olarak üç yöntem kullanılabilir: (1) Quartimax, (2) Varimax ve (3) Equamax.

Dik döndürmede R döndürme matrisi olarak belirtilir. Satırlar orijinal faktörleri ve yeni (döndürülmüş) sütunlarını temsil eder. Satır m ve sütun n'nin kesişiminde, orijinal eksen ve yenisi arasındaki açı $\theta_{m,n} = \cos \theta_{m,n}$ ile gösterilir. Denklem 8’de gösterilmektedir.

$$R = \begin{pmatrix} \cos\theta_{1,1} & \cos\theta_{1,2} \\ \cos\theta_{2,1} & \cos\theta_{2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{1,1} & -\sin\theta_{1,1} \\ \sin\theta_{1,1} & \cos\theta_{1,1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Örneğin Şekil 4'te gösterilen döndürme, Denklem (8)'deki matris ile nitelendirilmiştir. $Q_{1,1} = 15$ derecedir. Bir döndürme matrisinin önemli özelliği ortonormal olmasıdır. Doğru kosinüs matrisine karşılık gelir. Bu nedenle $R^T R = I$ olur [16].



Şekil 4: 2 boyutlu dik döndürme (arasındaki dönüş açısı $\theta_{m,n}$, n ile gösterilir)

Varimax

Kaiser (1958) tarafından geliştirilen Varimax, en sık rastlanan ve popüler döndürme yöntemidir. Varimax döndürmesinden sonra, değerler hakkında yorum yapılması için faktör varyanslarının maksimum olmasını sağlayacak şekilde döndürme yapılır.

Quartimax

Her bir değişkeni açıklamak için gereken faktör sayısını en aza indiren ortogonal bir alternatiftir. Bu tür döndürme genellikle, çoğu değişkenin yüksek veya orta dereceye yüklendiği genel bir faktör oluşturur. Böyle bir faktör yapısı genellikle araştırma amacına yardımcı olmaz.

Equamax

Varimax ve quartimax yöntemleri arasında bir uzlaşmadır. Faktörleri ve değişkenlerin satır ve sütunu tek seferde basitleştirir. Bu yöntem faktör sayısı belli olmayan durumlarda önerilmemektedir.

➤ Eğik Döndürme (Oblique Rotation)

Thurstone (1957) tarafından tavsiye edilen eğik döndürme yönteminde bağımsız faktörlerin varsayımları esnetilir ve yeni eksenler faktör uzayında herhangi bir pozisyonda yer almakta serbesttir, ancak faktörler arasında izin verilen korelasyon derecesi genel olarak küçüktür, çünkü iki yüksek korelasyonlu faktör sadece bir tane olarak daha iyi yorumlanır. Eğik döndürmede, toplam varyans değerleri değişmezken faktörler arasında yük değerleri değişir, birinde artarken diğer faktör yük değerinde azalma gerçekleşir. Böylelikle, değişkenler arasındaki ilişkiler yük miktarına göre belirlenir ve faktörlerin yorumlanması basitleşir. Eğik döndürmede diğer bir farklılık da, faktör yüklerinin sadece faktörlerle değişkenler arasındaki korelasyon değerleri olarak yorumlanmasıdır. Eğik döndürme yöntemleri arasında en yaygın kullanılanlar şunlardır:

- Oblimax
- Quartimin
- Promax
- Biquartimin
- Oblimin

Diyelim ki G_1, \dots, G_r eğik bileşenleri temelinde bir PC modeli olabilir. Denklem 9'da gösterilmektedir.

$$X = G \Lambda' + \varepsilon \quad (9)$$

G'nin, eğik olarak döndürülmüş standartlaştırılmış faktör puanlarının bir matrisi olduğu durumda, döndürme sonrası (başlangıç korelasyon yüklem katsayıları A'nın) bir faktör yükü matrisi ve ε rasgele hata anlamına gelir. Daha sonra aşağıdaki özellikler $r < n$ alanında tutulur. Denklem 10,11 ve 12'de gösterilmektedir.

$$1. \quad X'X = \Lambda' \Theta \Lambda' \quad (10)$$

2. Burada $\Theta = G'G = T'T$, eğik bileşenlerin korelasyon matrisidir ve T, eğik transformasyon matrisidir.

$$3. \quad \overline{X'X} = G \Lambda' \Lambda G' \quad (11)$$

$$4. \quad \Lambda' = (G'G)^{-1}G' \quad X \text{ ve } \overline{X} = G \Lambda' = P_G X \quad (12)$$

Burada P_G , eş kuvvetli ve simetrik olan gizli vektörlerin matrisidir [17].

Oblimin

Sabit olmayan bir açı ile eksenlerini döndürme yöntemidir. Faktörler birbirleriyle ilişkilidir. Bu ilişki derecesini açıklamaya yönelik delta değeri belirlenir. Sıfır ile negatif işaretli sayı arasında delta değeri alır. Delta değeri sıfıra yaklaştıkça faktörler arasındaki en yüksek ilişkili olanları çıkarır, en büyük negatif sayıya yaklaştıkça dik açılı döndürmeye yakın faktörleri çıkarır.

Quartimin

Delta değeri sıfır olarak kabul edilerek tanımlanan yöntemdir.

Promax

Büyük veriler için tercih edilen bu yöntem diğer döndürme yöntemlerine göre daha hızlı hesaplama yapmaktadır. Bu yöntem, hem eğik açılı döndürmede hem de dik açılı döndürmede kullanıldığında literatürde melez döndürme yöntemi olarak da adlandırılmıştır.

Biquartimin

Bu yöntem, faktör yükler matrisi tek bir faktör ortaya çıkacak şekilde ve diğer değişkenlerin faktör yükü kareleri ise sıfıra yakın değerler alacak şekilde döndürülme yöntemidir.

2.1.5 Yorumlama ve Etiketleme

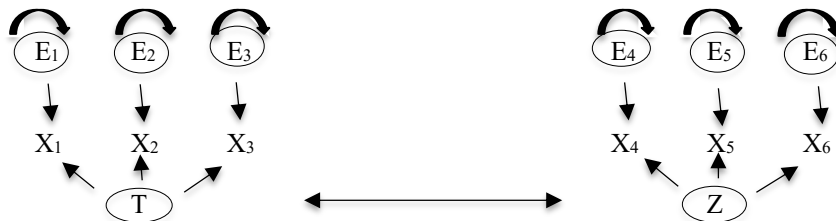
Faktörlerin etiketlenmesi öznel ve teorik süreçtir. Analiz sonucunda araştırmacılar tarafında faktörlere yük değerleri dikkate alınarak etiketleme yapılır.

2.2 Doğrulayıcı Faktör Analizi (Confirmatory Factor Analysis-CAF)

Faktörün doğası hakkındaki anlayışı ile tutarlı olup olmadığını test etmek için kullanılır. Başka bir deyişle, değişkenlerin gerçekten modelde kullandığımız gizli değişkene ait olup olmadığını ölçüyoruz. Bu nedenle, doğrulayıcı faktör analizinin amacı, verilerin hipotezlenmiş bir ölçüm modeline uyup uymadığını test etmektir [18]. Doğrulayıcı faktör analizinin sonuçlarını bildirirken, aşağıdakileri rapor etmeleri istenir:

- önerilen modeller
- yapılan her türlü değişiklik
- her bir gizli değişkeni tanımlayan önlemler
- gizli değişkenler arasındaki korelasyonlar

Şekil 5'te DFA modeli gösterilmiştir ve Z gizli faktörleri göstermek için kullanılmıştır. Değişkenleri, E ile ölçme hatası gösterilmiştir. Y1–Y3 değişkenlerin T gizli faktöre, Y4–Y5 değişkenlerinin ise Z gizli faktöre etkileri gösterilmiştir [19].



Şekil 5: Doğrulayıcı Faktör Analiz Modeli

DFA’da, modelin verilere ne kadar iyi uyduğunu belirlemek için çeşitli istatistiksel testler kullanılır.

Mutlak Uygunluk İndeksleri

Mutlak uygunluk indeksleri, önsel modelin ne kadar uygun olacağını veya verileri yeniden üretileceğini belirler [20]. Mutlak uygunluk göstergeleri, bunlarla sınırlı olmamak üzere Ki-Kare testi, RMSEA, GFI, AGFI, RMR ve SRMR’yi içerir.

Ki-Kare Testi (Chi-Squared Test)

Ki-kare testi gözlemlenen ve beklenen kovaryans matrisleri arasındaki farkı gösterir. Sıfıra yakın değerler daha uygun olduğudur. Beklenen ve gözlenen kovaryans matrisleri arasında daha küçük bir fark vardır. Ki-kare istatistikleri, yuvalanmış modellerin verilerini doğrudan karşılaştırmak için de kullanılabilir [21].

Kök Ortalama Karesel Yaklaşım Hatası (Root Mean Square Error of Approximation -RMSEA)

Kök ortalama karesel yaklaşım hatası, en iyi seçilmiş parametre tahminleri ve popülasyon kovaryans matrisi ile hipotezlenen model arasındaki uyumsuzluğu analiz ederek örneklem büyüklüğü sorunlarından kaçınır [22]. RMSEA, 0 ile 1 arasında değişir ve daha küçük değerler daha iyi model uyumu olduğunu gösterir. 0,06 veya daha düşük bir değer, kabul edilebilir model uyumunun bir göstergesidir.

Kök Ortalama Kare Artık ve Standart Kök Ortalama Kare Artık (Root Mean Square Residual -RMR and Standardized RMR -SRMR)

Kök ortalama kare artığı (RMR) ve standartlaştırılmış kök ortalama kare artığı (SRMR), örnek kovaryans matrisi ve model kovaryans matrisi arasındaki tutarsızlığın kareköküdür. Kök ortalama kare artığı’nın yorumlanması biraz zor olabilir, ancak aralığı modeldeki göstergelerin ölçeklerine dayanmaktadır. Standart kök ortalama karesi artıkları yorumlamadaki bu zorluğu ortadan kaldırır ve 0 ile 1 arasında değerler değişir. 0,08 veya daha düşük bir değer, kabul edilebilir bir modelin göstergesidir [23].

En İyi Uygun İndeks ve Düzeltilmiş En İyi Uygun İndeks (Goodness of Fit Index -GFI and Adjusted GFI -AGFI)

En iyi uyum indeksinin, varsayılmış model ile gözlemlenen kovaryans matrisi arasındaki uyumun bir ölçüsüdür. Düzeltilmiş en iyi uygun indeksi, her bir gizli değişkenin göstergelerinin sayısından etkilenen en iyi uygun indeksi düzeltir. En iyi uygun indeks ve düzeltilmiş en iyi uygun indeksi, 0 ile 1 arasında değişmekte olup, genel olarak kabul edilebilir model uyumu gösteren, 9’dan büyük bir değere sahiptir [24].

3. Neden Faktör Analizi Kullanılır?

Faktör analizi, sosyoekonomik durum, beslenme düzenleri veya psikolojik ölçekler gibi karmaşık kavramlar için değişken ilişkilerini araştırmak için yararlı bir araçtır [25]. Araştırmacıların, çok sayıda ölçülemeyen değişkenleri yorumlanabilir temel değişkenlere indirgeyerek incelemelerini sağlar. Çok çeşitli sektörlerde ve alanlarda faktör analizi başarıyla uygulanmıştır. Örneğin psikoloji alanlarında, yeraltı kaynaklarının ve minarelerinin mevcudiyeti ve konumu, su kalitesi ve hava modelleri gibi çeşitli alanlarda faktör analizi kullanılmaktadır. Ayrıca pazarlama ve pazar araştırmasında faktör analizi, temel hizmet boyutlarını belirlemek için müşteri memnuniyeti çalışmalarında ve temel tutumları belirlemek için profil oluşturma çalışmalarında sıklıkla kullanılmaktadır. Örneğin, siyasi görüşlerle ilgili ulusal bir araştırmanın parçası olarak, katılımcılar yerel, bölgesel ve ulusal düzeydeki sorunları yansıtan çevre politikası ile ilgili üç ayrı soruyu yanıtlayabilir. Faktör analizi, bu üç durumun aslında aynı şeyi ölçüp ölçmeyeceğini belirlemek için kullanılır. Ayrıca, uzun anket araştırmalarında, kilit soruların belirlenmesi için faydalı olur. Böylelikle, faktör analizi yapılarak fazla bilgi kaybetmeden hangi soruların atlanabileceği belirlenir.

Referanslar

- [1] MacCallum, Robert C., et al. "Sample size in factor analysis." *Psychological methods* 4.1 (1999): 84.
- [2] Eminoğlu, Esra, and Zekeriya Nartgün. "A scale development study to measure academic dishonesty tendency of university students." *Journal of Human Sciences* 6.1 (2009): 215-240.
- [3] Hayton, James C., David G. Allen, and Vida Scarpello. "Factor retention decisions in exploratory factor analysis: A tutorial on parallel analysis." *Organizational research methods* 7.2 (2004): 191-205.
- [4] Williams, Brett, Andrys Onsmann, and Ted Brown. "Exploratory factor analysis: A five-step guide for novices." *Australasian Journal of Paramedicine* 8.3 (2010).
- [5] Beavers, Amy S., et al. "Practical considerations for using exploratory factor analysis in educational research." *Practical assessment, research & evaluation* 18 (2013).
- [6] Zwick, William R., and Wayne F. Velicer. "Factors influencing four rules for determining the number of components to retain." *Multivariate behavioral research* 17.2 (1982): 253-269.
- [7] Beavers, Amy S., et al. "Practical considerations for using exploratory factor analysis in educational research." *Practical assessment, research & evaluation* 18 (2013).
- [8] Çolakoğlu, Özgür Murat, and Cem Büyükekeşi. "Açımlayıcı faktör analiz sürecini etkileyen unsurların değerlendirilmesi." *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi* 2.1 (2014).
- [9] Abdi, Hervé and Lynne J. Williams. "Principal Component Analysis." *Encyclopedia of Biometrics* (2009).
- [10] Soysal, Sümeyra, and Çiğdem Akin Arıkan. "Kayıp veri atama yöntemlerinin faktörleştirme teknikleri üzerindeki etkisi." *Pegem Atıf İndeksi* (2017): 315-332.
- [11] Chakravarti, Aravinda, Laura K. Lasher, and Jillian E. Reefer. "A maximum likelihood method for estimating genome length using genetic linkage data." *Genetics* 128.1 (1991): 175-182.
- [12] Gliem, Joseph A., and Rosemary R. Gliem. "Calculating, interpreting, and reporting Cronbach's alpha reliability coefficient for Likert-type scales." *Midwest Research-to-Practice Conference in Adult, Continuing, and Community Education*, 2003.
- [13] KOÇAK, Duygu, Ömay ÇOKLUK, and Murat KAYRI. "Faktör Sayısının Belirlenmesinde MAP Testi, Paralel Analiz, K1 ve Yamaç Birikinti Grafiği Yöntemlerinin Karşılaştırılması." *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 13.1 (2016): 330-359.
- [14] Çolakoğlu, Özgür Murat, and Cem Büyükekeşi. "Açımlayıcı faktör analiz sürecini etkileyen unsurların değerlendirilmesi." *Karaelmas Eğitim Bilimleri Dergisi* 2.1 (2014).
- [15] DERİN, Gökhan, Emin AYDIN, and Kamil Arif KIRKIÇ. "STEM (Fen-Teknoloji-Mühendislik-Matematik) Eğitimi Tutum Ölçeği." *El-Cezeri Journal of Science and Engineering* 4.3: 547-559.
- [16] Browne, Michael W. "An overview of analytic rotation in exploratory factor analysis." *Multivariate behavioral research* 36.1 (2001): 111-150.
- [17] Dabholkar, Pratibha A., Dayle I. Thorpe, and Joseph O. Rentz. "A measure of service quality for retail stores: scale development and validation." *Journal of the Academy of marketing Science* 24.1 (1996): 3.
- [18] Marsh, Herbert W., John R. Balla, and Roderick P. McDonald. "Goodness-of-fit indexes in confirmatory factor analysis: The effect of sample size." *Psychological bulletin* 103.3 (1988): 391.
- [19] Schreiber, James B., et al. "Reporting structural equation modeling and confirmatory factor analysis results: A review." *The Journal of educational research* 99.6 (2006): 323-338.
- [20] McCrae, Robert R., et al. "Evaluating replicability of factors in the Revised NEO Personality Inventory: Confirmatory factor analysis versus Procrustes rotation." *Journal of Personality and Social Psychology* 70.3 (1996): 552.
- [21] Elklit, Ask, and Mark Shevlin. "The structure of PTSD symptoms: A test of alternative models using confirmatory factor analysis." *British Journal of Clinical Psychology* 46.3 (2007): 299-313.
- [22] Boelen, Paul A., and Jan van den Bout. "Complicated grief, depression, and anxiety as distinct postloss syndromes: A confirmatory factor analysis study." *American Journal of Psychiatry* 162.11 (2005): 2175-2177.
- [23] Gioia, Gerard A., et al. "Confirmatory factor analysis of the Behavior Rating Inventory of Executive Function (BRIEF) in a clinical sample." *Child Neuropsychology* 8.4 (2002): 249-257.
- [24] Rigdon, Edward E. "CFI versus RMSEA: A comparison of two fit indexes for structural equation modeling." *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal* 3.4 (1996): 369-379.

[25] Van Schuur, Wijbrandt H., and Henk AL Kiers. "Why factor analysis often is the incorrect model for analyzing bipolar concepts, and what model to use instead." *Applied psychological measurement* 18.2 (1994): 97-110.